

Dissipazione passiva nella selezione dell'intervento di adeguamento sismico di un edificio in c.a. mediante analisi decisionale multicriterio

¹Nicola Caterino, ²Iunio Iervolino, ¹Antonio Occhiuzzi, ²Gaetano Manfredi, ²Edoardo Cosenza

¹Dipartimento per le Tecnologie, Università degli studi di Napoli "Parthenope", Via Medina 40, Napoli

²Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università degli studi di Napoli "Federico II", via Claudio 21, Napoli

Keywords: adeguamento sismico, analisi multicriterio, dissipazione passiva

ABSTRACT:

La selezione del più opportuno intervento di adeguamento (o *retrofit*) sismico da adottarsi per una data struttura costituisce, in generale, un problema complesso. Molteplici sono, infatti, le possibili soluzioni e molto vasta è anche la gamma di criteri di giudizio da considerare per una corretta e completa valutazione comparativa delle alternative. Un valido supporto ad una scelta razionale della "migliore" strategia di adeguamento può essere fornito dai metodi di decisione multicriterio (Multi-Criteria Decision Making, MCDM), già comunemente adottati in campi diversi dall'Ingegneria Strutturale. In lavori precedenti gli autori hanno formulato una procedura volta all'impiego, in tal senso, di uno dei più diffusi metodi MCDM mostrando un'applicazione pratica della stessa ad un edificio in c.a. progettato per soli carichi verticali. In tali studi vengono poste a confronto e classificate quattro diverse soluzioni di retrofit, tre delle quali volte all'incremento della capacità sismica dell'edificio (rinforzo con fibre di vetro, controventi metallici e camicie in c.a., rispettivamente), la quarta tesa alla riduzione della domanda mediante isolamento alla base.

Nel presente lavoro si descrive la progettazione di una quinta soluzione di adeguamento tesa alla riduzione della domanda sismica mediante il miglioramento della capacità dissipativa della struttura. Tale intervento prevede l'installazione di un sistema di controllo "passivo" composto da quattro dispositivi di tipo viscoso posti al primo piano dell'edificio. Si intende applicare la procedura decisionale di cui sopra al set di cinque alternative così costituito e commentare la classifica che ne deriva.

1 INTRODUZIONE

L'adeguamento o *retrofit* sismico degli edifici esistenti è uno dei più diffusi ed efficaci approcci tesi alla mitigazione del rischio. Esso consiste essenzialmente nella realizzazione di interventi volti a far sì che la capacità della struttura sia almeno pari alla domanda che il moto sismico del suolo produce e si propone come scopo ultimo quello di ridurre il rischio ad un livello accettabile.

Nel corso degli ultimi anni sono state impiegate notevoli risorse nel campo dell'Ingegneria Sismica per sostenere la ricerca volta all'applicazione di nuovi materiali e allo studio di nuove tecnologie utili per il controllo delle prestazioni strutturali. Se a questi interventi, cosiddetti innovativi, si sommano i numerosi di tipo tradizionale, si conclude che, data una struttura da adeguare, il progettista strutturale è chiamato ad operare la selezione del tipo di intervento all'interno di una gamma piuttosto vasta. Gli aspetti (*criteri di giudizio*) di cui tener conto al fine di operare in modo opportuno la detta selezione sono

anch'essi numerosi; alcuni possono definirsi di tipo *tecnico* (prestazioni strutturali conseguite, livello di protezione degli elementi non strutturali garantito, specializzazione della manodopera richiesta, ecc.), altri, invece, di carattere *socio-economico* (costi di installazione, costi di manutenzione, durata dei lavori, disturbo nell'uso dell'edificio, compatibilità estetico-funzionale delle nuove opere con l'impianto architettonico preesistente, ecc.).

Atteso che non possa definirsi un intervento di adeguamento "migliore" in senso assoluto, la scelta della strategia di retrofit da adottare per una data struttura da adeguare può risultare tutt'altro che immediata, proprio in virtù della molteplicità di soluzioni alternative e di criteri da considerare. Tenendo poi conto del fatto che, allorquando occorra intervenire su strutture di interesse strategico o di particolare rilevanza storica, artistica e/o sociale, è di fondamentale importanza operare tale scelta in modo oculato e ragionato, si avverte l'esigenza di disporre di uno strumento di supporto alla decisione, che sia il più possibile quantitativo, razionale ed oggettivo permettendo di tener conto contemporaneamente, in

modo sintetico, della molteplicità dei punti di vista sotto i quali le soluzioni concorrenti possono essere giudicate.

In Caterino et al. (2006, 2007) viene formulata, all'uopo, una procedura fondata sull'applicazione di un metodo di analisi decisionale multicriterio (in inglese *Multi-Criteria Decision Making*; MCDM nel seguito) cosiddetto TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*, Hwang e Yoon, 1981), già di largo uso in ambiti diversi dall'Ingegneria Strutturale. Tale procedura consta delle seguenti fasi:

- valutazione sismica dell'edificio nel suo stato originale;
- definizione del set di interventi di adeguamento alternativi;
- progettazione degli interventi;
- definizione dei criteri di giudizio;
- valutazione dell'importanza relativa (*peso*) di ciascun criterio;
- valutazione delle diverse alternative di adeguamento rispetto ai criteri prescelti;
- individuazione della soluzione *ottima*;
- analisi di sensibilità del risultato conseguito.

Nei lavori citati, la procedura decisionale è applicata, a scopo esemplificativo, ad un caso studio consistente in un edificio di tre piani in c.a. non adeguato a resistere alle azioni sismiche previste dalla normativa vigente (OPCM 3274/2003 e successive modifiche ed integrazioni). Vengono posti a confronto e classificati quattro diversi interventi di adeguamento, tre dei quali volti ad incrementare la capacità sismica dell'edificio (fasciatura di pilastri e nodi con compositi di tipo GFRP, installazione di controventi metallici a croce di S. Andrea, incamiciatura in c.a. di alcuni pilastri) ed un quarto (A_4) teso, invece, a ridurre la domanda mediante isolamento alla base con dispositivi elastomerici armati.

Nel presente lavoro, con riferimento allo stesso edificio, si intende arricchire il set di interventi con l'introduzione di una quinta alternativa di adeguamento. Si è inteso, qui, considerare una soluzione di retrofit che persegua lo stesso obiettivo finale di adeguamento, ma in un modo ancora nuovo. È stata, allora, scelta come opzione A_5 un intervento che, come quello A_4 , interviene sulla domanda sismica fino a ridurla al di sotto della capacità della struttura nel suo stato originale, ma consegue tale scopo attraverso un drastico miglioramento della capacità dissipativa, piuttosto che mediante l'allungamento del periodo proprio di vibrazione. Esso consiste nell'introduzione, al primo piano dell'edificio, di quattro dissipatori di tipo viscoso. Opponendosi al moto del primo impalcato mediante forze orizzontali proporzionali alla velocità dello stesso rispetto al suolo, tali dispositivi esercitano un *controllo passivo* della struttura, essendo progettati per fissate condizioni operative al contorno e non avendo possibilità di adattare il proprio comportamento meccanico in

funzione delle caratteristiche dell'input sismico effettivamente subito in esercizio. L'energia di ingresso associata allo scuotimento del suolo risulta in larga parte assorbita da tali dispositivi, con conseguente drastica riduzione del danneggiamento alla struttura preesistente.

Dopo una breve disamina delle quattro alternative contenute nel citato articolo, si descrive la progettazione del nuovo intervento di adeguamento.

Scopo finale del lavoro è applicare al set di cinque alternative così definito la procedura decisionale descritta in precedenza e commentare la classifica finale che ne deriva.

1.1 Descrizione e valutazione dell'edificio da adeguare

La struttura assunta come caso studio (Figura 1) è un edificio di tre piani in c.a., con barre lisce, irregolare in pianta, progettato per soli carichi verticali e senza adeguata cura dei dettagli costruttivi.

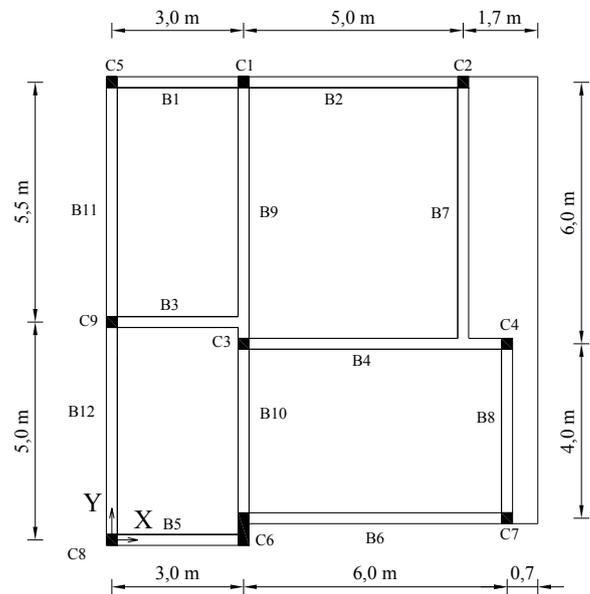


Figura 1. Pianta tipo dell'edificio SPEAR

Realizzata in scala reale presso il laboratorio ELSA di Ispra (VA) per un progetto di ricerca europeo denominato SPEAR (Fardis e Negro, 2005), può ritenersi rappresentativa della gran parte delle costruzioni dell'Europa meridionale realizzate in epoca precedente la nascita dei moderni codici di progettazione in zona sismica (anni '60 e '70).

È stato assunto che la struttura sorga nel comune di Pomigliano d'Arco (NA), classificato come sismico (zona di seconda categoria) solo nel 2003 (OPCM 3274): tale sito rientra, pertanto, tra le aree italiane in cui è, di fatto, molto forte ed urgente l'esigenza di adeguamento delle strutture esistenti.

L'analisi modale dell'edificio conduce ad individuare un primo modo di vibrazione essenzialmente traslazionale in direzione X (con periodo $T_1=0,52$ s), il secondo prevalentemente traslazionale in direzione Y ($T_2=0,46$ s), il terzo a carattere torsionale ($T_3=0,37$

s). Ma mette ulteriormente in luce un significativo accoppiamento dei modi medesimi, prevedibile per le citate caratteristiche di irregolarità in pianta.

La valutazione sismica della struttura nel suo stato originale è stata condotta mediante analisi statica non lineare (pushover) di un modello a plasticità concentrata. Le curve di pushover (che legano il taglio alla base dell'edificio con lo spostamento al tetto registrati durante le analisi) relative alla spinta dell'edificio nelle 4 direzioni +X, -X, +Y e -Y sono riportate nelle figure seguenti.

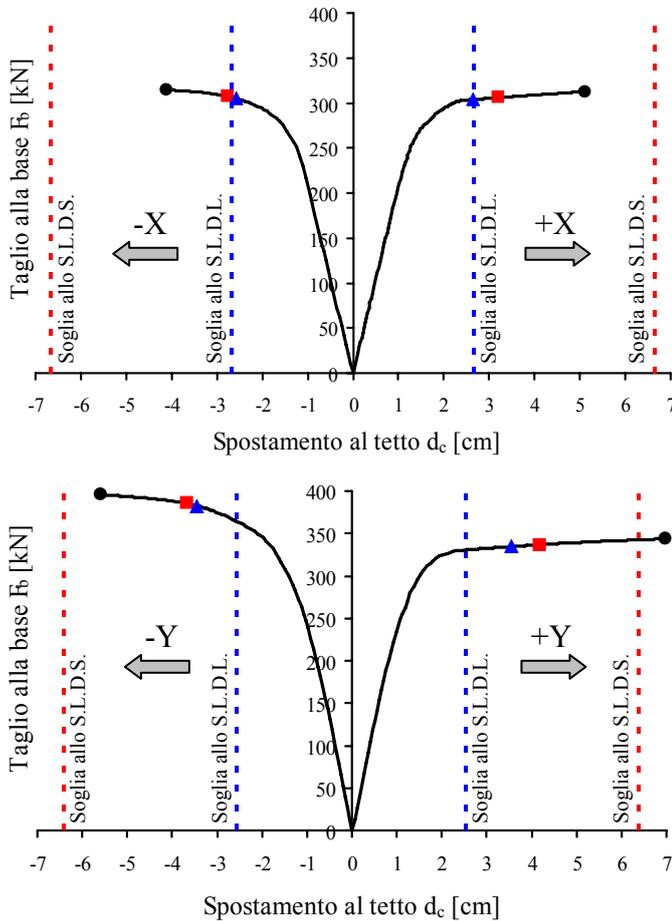


Figura 2. Curve di pushover dell'edificio originale

Dal confronto grafico della capacità dell'edificio nei confronti dello Stato Limite di Danno Limitato (S.L.D.L. - rappresentata sulle curve con un triangolo e corrispondente all'attingimento del valore del 5 per mille del rapporto tra il massimo spostamento di interpiano e l'altezza di interpiano (IDR - *Interstorey Drift Ratio*) e dello Stato Limite di Danno Severo (S.L.D.S. - indicata sulle curve con un quadrato e corrispondente all'attingimento da parte della prima cerniera plastica di una rotazione pari a tre quarti di quella disponibile) con la domanda di spostamento imposta dalla norma (OPCM 3431, 2005) per la zona sismica di interesse (rappresentata, in termini di spostamenti, mediante le linee tratteggiate verticali in Figura 2) appare evidente che l'edificio nel suo stato originale "resiste", sebbene in modo strettamente sufficiente, nei confronti dello S.L.D.L., ma risulta largamente sottodimensionato nei riguardi dello S.L.D.S..

2 ALTERNATIVE DI ADEGUAMENTO A₁, A₂, A₃ E A₄

Le prime tre alternative sono volte all'adeguamento sismico dell'edificio intervenendo sulla sua capacità.

La soluzione A₁ consiste nella fasciatura dei pilastri e dei nodi con GFRP (*Glass Fiber Reinforced Plastic*) e mira a migliorare la capacità sismica dell'edificio incrementando la sua duttilità globale. Dettagli specifici sulla progettazione di tale intervento sono contenuti in Cosenza et al. (2005).

L'alternativa di adeguamento A₂ consiste, invece, nell'installazione di controventi metallici a croce di S. Andrea in alcuni prescelti campi di telaio. L'intervento mira a migliorare la capacità sismica dell'edificio incrementando la sua resistenza globale ed operando un ricentraggio delle rigidità in pianta.

L'alternativa A₃ consiste nel ringrosso di alcuni pilastri opportunamente selezionati (C1, C3 e C4), ovvero nella realizzazione, per questi elementi, di una camicia in c.a. che ne aumenti le dimensioni trasversali (da 25x25 cm² a 40x40 cm²). La selezione dei pilastri su cui intervenire, la definizione delle dimensioni trasversali delle "camicie" e della loro armatura sono state operate in modo da assicurare una congrua riduzione dell'eccentricità esistente a ciascun piano tra baricentro delle masse e baricentro delle resistenze e, dunque, una buona risposta dinamica della struttura in campo non lineare. In aggiunta, tale alternativa di intervento è indirizzata al miglioramento della capacità sismica dell'edificio attraverso l'incremento contemporaneo di resistenza e duttilità globali.

In Figura 3 si riportano, sovrapposte, le curve di pushover relative all'edificio nello stato originale ed alla struttura adeguata secondo ciascuna delle tre alternative fin qui menzionate.

Le quattro curve di capacità relative all'edificio originale coincidono, in sostanza, con quelle dell'edificio adeguato con GFRP (alternativa A₁), fino all'attingimento dello S.L.D.S. da parte dell'edificio nudo (A₀).

Dall'osservazione dei diagrammi in Figura 3 risulta chiaro l'effettivo conseguimento dei diversi obiettivi di miglioramento sismico posti alla base della progettazione dei tre interventi. Si nota in particolare che l'alternativa A₁ produce, essenzialmente, solo un incremento della duttilità globale dell'edificio; l'alternativa A₂ apporta, invece, un sensibile incremento di resistenza globale, lasciando praticamente inalterata la capacità ultima di spostamento laterale dell'edificio; l'alternativa A₃, infine, induce l'incremento contemporaneo di resistenza e duttilità globali.

L'alternativa di adeguamento A₄, a differenza delle precedenti, mira ad adeguare l'edificio, non già mediante il miglioramento della capacità sismica dello stesso, bensì attraverso la riduzione della do-

manda. Consiste nell'isolamento della struttura mediante inserimento, al piede di ciascun pilastro, di dispositivi in gomma armata ad alto smorzamento (HDRB - *High Damping Rubber Bearing*). La scelta di due differenti tipi di dispositivi (a diversa rigidità orizzontale) ed il loro posizionamento in pianta sono stati dettati dall'esigenza di ridurre, essenzialmente mediante l'allungamento del periodo proprio di vibrazione, la domanda sismica al di sotto della capacità della sovrastruttura nel suo stato originale, cercando altresì di ottenere un efficace disaccoppiamento modale. Lo studio dell'edificio isolato e la valutazione della sua capacità sismica sono state condotte mediante analisi dinamica modale.

che ha la possibilità di muoversi nelle due direzioni. Allorquando le due estremità dell'apparecchio subiscono bruschi spostamenti relativi per effetto del sisma, si ha la laminazione del fluido attraverso un apposito circuito idraulico, cui consegue una reazione F_{vd} del dispositivo sulla struttura, crescente con la velocità relativa Δv_d tra cilindro e pistone. La relazione che lega la forza F_{vd} alla velocità Δv_d può essere, in generale, espressa mediante la (1), ove C_d è la costante di smorzamento del dispositivo e l'esponente γ è un numero (teoricamente compreso tra 0 e 2, nella pratica variabile tra 0,1 e 1,0) dipendente dalla forma e dalle dimensioni degli orifizi.

$$F_{vd} = C_d \Delta v_d^\gamma \quad (1)$$

L'intervento in oggetto prevede l'utilizzo di quattro dispositivi a smorzamento lineare ($\gamma=1$) le cui due estremità sono rispettivamente collegate al suolo, tramite un controvento a K in acciaio (Figura 4), ed alle travi del primo impalcato, a mezzo di un cuneo di contrasto ed una piastra in acciaio opportunamente ancorata alle travi stesse. Ciascuna asta diagonale è realizzata mediante due profili in acciaio UPN 180 accoppiati, collegati mediante calastrelli. La rigidità del controvento così realizzato è tale da garantire spostamenti pressoché nulli dell'estremità del dispositivo ad esso collegato. Si può, così, ammettere, con buona approssimazione, che la forza F_{vd} in ciascun apparecchio sia proporzionale alla velocità orizzontale del primo impalcato rispetto al suolo (o, meglio, della trave cui è connesso) misurata nella direzione parallela all'asse del dispositivo.

La scelta di localizzare l'intervento al solo primo piano dell'edificio è dettata, da un lato, dall'esigenza di minimizzare l'impatto architettonico con l'impianto esistente, dall'altro, dalla concreta possibilità di ridurre la richiesta di sollecitazione anche ai piani superiori attuando un "filtro" dal basso. La necessità di incrementare la capacità dissipativa dell'edificio lungo ciascuna delle sue due direzioni principali (X e Y) e quella di ridurre gli effetti torsionali indotti dalle irregolarità in pianta della struttura originale hanno, poi, portato a scegliere di controventare quattro campi di telaio, due per ciascuna direzione (Figura 5).

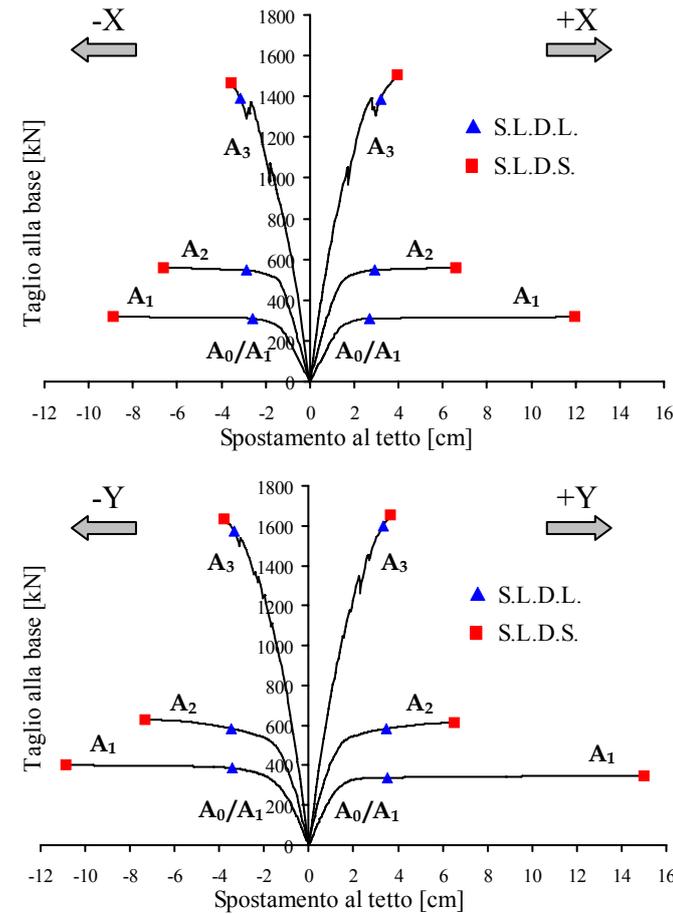


Figura 3. Curve di pushover (direzioni +X e -X in alto; +Y e -Y in basso) per l'edificio originale ed adeguato secondo le alternative A₁, A₂ e A₃

3 ALTERNATIVA DI ADEGUAMENTO A₅: DISSIPATORI VISCOSI

Tale intervento mira, come quello A₄, testé descritto, a ridurre la domanda sismica al di sotto della capacità della struttura originale, ma consegue tale scopo attraverso un drastico miglioramento della capacità dissipativa della struttura, piuttosto che mediante l'allungamento del suo periodo proprio di vibrazione. Esso consiste, quindi, nell'introduzione, al primo piano dell'edificio, di quattro dissipatori di tipo viscoso. Tali dispositivi sono costituiti da un cilindro riempito di fluido silconico e da un pistone

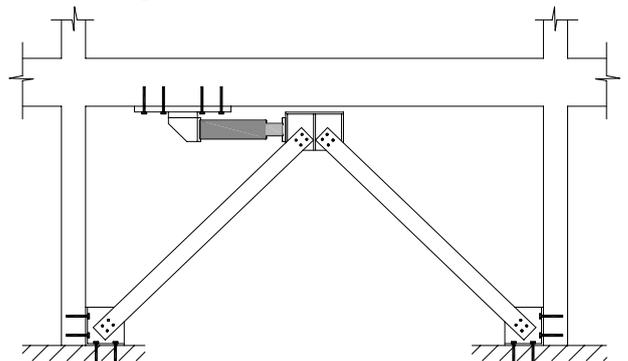


Figura 4. Rappresentazione schematica di un campo di telaio interessato dall'intervento

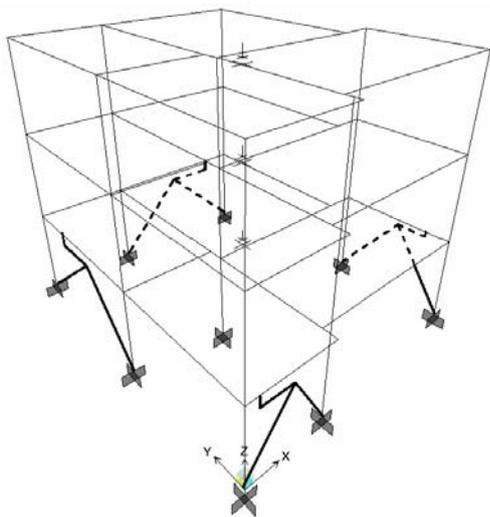


Figura 5. Disposizione dei controventi dissipativi

Stabilita la configurazione dei controventi e ritenendo opportuno, ai fini pratici, l'utilizzo di quattro dispositivi con uguali caratteristiche, il progetto è stato completato scegliendo opportunamente il valore della costante di smorzamento C_d (v. eq. (1)) degli apparecchi stessi. Tale selezione è stata operata per tentativi, conducendo, in accordo alle indicazioni contenute nella OPCM 3431 (2005), l'analisi dinamica non lineare dell'edificio rinforzato, assumendo di volta in volta un diverso valore di C_d . Il valore adottato di 1500 kNs/m per la costante di smorzamento è stato individuato come quello cui corrisponde il soddisfacimento delle verifiche allo stato limite di Danno Severo e di Danno Limitato per l'intera struttura.

Tali analisi sono state eseguite con l'ausilio del software agli elementi finiti SAP2000NL (CSI, 2005) su un modello non lineare, a plasticità concentrata, dell'edificio. In corrispondenza delle sezioni di estremità di tutti gli elementi in c.a. sono state introdotte molle non lineari con comportamento ciclico evolutivo di tipo Takeda (Takeda et al., 1970). I dispositivi sono stati, invece, modellati mediante l'introduzione di elementi tipo *damper* (Figura 6), anch'essi presenti nella libreria di molle non lineari del codice di calcolo citato.

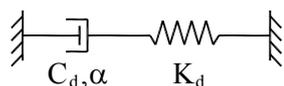


Figura 6. Modellazione del dispositivo di dissipazione viscosa

Tale elemento è costituito da un smorzatore (caratterizzato, in generale, da una costante C_d e da un esponente α della velocità; qui pari, come detto, a 1500 kNs/m e 1, rispettivamente) e da una molla, di rigidità K_d , posti in serie. Al fine di ottenere un comportamento puramente smorzante dell'elemento *damper*, la presenza della molla è stata sostanzialmente annullata assumendo un valore molto alto della rigidità K_d (10^7 kN/m). Tale valore è stato scelto

in modo che il rapporto $\tau=C_d/K_d$ risultasse circa uno o due ordini di grandezza inferiore al passo di tempo Δt (0,010 s per le prime sei analisi; 0,005 s per la settima) adottato nelle analisi dinamiche. Valori ancora superiori per K_d comportano, generalmente, l'instabilità numerica della soluzione.

Per le analisi dinamiche, eseguite mediante integrazione al passo delle equazioni del moto, sono state considerate sette distinte coppie di accelerogrammi (ciascuna composta da una storia di accelerazioni orizzontali lungo la direzione X ed una di accelerazioni parallele all'asse Y). In tal modo, è stato possibile considerare, ai fini delle verifiche, quale entità degli effetti (sollecitazioni, spostamenti, deformazioni), la media dei valori massimi ottenuti da ciascuna analisi (indicazione contenuta nella norma OPCM 3431 e valida per analisi dinamiche eseguite con almeno sette gruppi di accelerogrammi).

Gli accelerogrammi adottati, compatibili con le prescrizioni stabilite dalla norma citata, sono quelli presenti sul sito web del Consorzio Interuniversitario ReLUIS (<http://www.reluis.it>) relativi alla zona (seconda categoria) e tipo di suolo (B) di interesse (Iervolino et al., 2006). Tali registrazioni si riferiscono a terremoti europei e hanno lo spettro medio coerente con quello imposto dalla norma per l'analisi dinamica modale.

Purtroppo, per alcune delle analisi dinamiche effettuate è stato riscontrato un problema di convergenza numerica, che ne ha comportato l'arresto prematuro. Al fine di completare le sette analisi ed avere una misura, sebbene approssimata, del comportamento "reale" della struttura rinforzata nel modo descritto, è stato necessario modificare il modello di comportamento delle molle non lineari (cerniere plastiche). È stata, in particolare, apportata una drastica riduzione della rigidità in fase elastica, lasciando, invece, inalterato il comportamento plastico.

Dal confronto dei risultati conseguiti con il modello "vero" e quello "approssimato" (condotto, ovviamente, solo con riferimento a quei gruppi di accelerogrammi cui non corrispondono problemi di convergenza del modello "vero"), è stato riscontrato che, adottando quest'ultimo, si sovrastimano le richieste di rotazione plastica degli elementi e, in ampia misura, quelle degli spostamenti laterali (essendo tale ultima circostanza facilmente prevedibile, stante l'abbattimento della rigidità elastica delle cerniere nel secondo modello). Sulla scorta di tali osservazioni, e riservandosi di ripetere nel prossimo futuro le analisi su un modello che approssimi meglio il comportamento reale delle cerniere, si ritiene più che ragionevole considerare conseguito l'obiettivo di adeguamento sismico della struttura, sebbene i valori medi degli effetti letti sul modello "approssimato" conducano a misurare in 0,9 e 0,5 i rapporti tra ca-

pacità e domanda agli stati limite di D.S. e D.L. rispettivamente.

Si ha, anzi, motivo di prevedere che l'effettivo rapporto capacità/domanda allo S.L.D.S. e, in special modo, allo S.L.D.L., vada ben oltre l'unità. Ciononostante, in assenza di esatte ed affidabili informazioni al riguardo, si ritiene opportuno, in questa sede, ai fini della valutazione comparativa che ci si appresta a compiere con le altre alternative di retrofit, assumere che la soluzione A_5 consegua in modo strettamente necessario l'obiettivo di adeguamento. In altre parole, si assume che la capacità dell'edificio rinforzato mediante i dispositivi viscosi prescelti sia proprio pari alla domanda ovvero, misurando tali quantità in termini di accelerazione di picco al suolo PGA, a 0,25g allo S.L.D.S. e a 0,10g allo S.L.D.L. (con 'g' accelerazione di gravità), che corrispondono, appunto, alla domanda di PGA definita dalla norma OPCM 3431 per la zona di II categoria.

3.1 La misura dello smorzamento modale

È stata eseguita la rappresentazione dell'edificio, quale sistema dinamico a 9 gradi di libertà (3 per ciascun impalcato), nello spazio degli stati. Tale rappresentazione, confrontata con quelle alternative, nel dominio del tempo e delle frequenze, è la più conveniente da adottarsi per sistemi ove la componente smorzante assume un ruolo significativo.

Nello spazio degli stati, in assenza di azioni esterne, le equazioni del moto di oscillazioni libere si esprimono come segue:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{z}(t) \quad (2)$$

Indicati con q_i ($i=1, 2, \dots, 9$) i gradi di libertà dinamici del sistema (ordinati in modo che q_1, q_2, q_3 siano rispettivamente la traslazione del primo, del secondo e del terzo impalcato in direzione X; q_4, q_5, q_6 le omologhe traslazioni in direzione Y; q_7, q_8, q_9 le rotazioni degli impalcati intorno all'asse z), i termini nella (2) assumono i significati indicati di seguito. Il vettore \mathbf{z} si definisce *stato del sistema*:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} \quad \text{con } \mathbf{z}_1 = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_9 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{z}_2 = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dots \\ \dot{q}_9 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Il primo membro della (2) è, pertanto:

$$\dot{\mathbf{z}} = \frac{d}{dt} \mathbf{z} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

La matrice \mathbf{A} , quadrata, di ordine 18, è, invece, la *matrice del sistema* e si definisce come segue:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{9 \times 9} & \mathbf{I}_{9 \times 9} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (5)$$

ove $\mathbf{0}$ è una matrice quadrata nulla, \mathbf{I} la matrice identità, \mathbf{M} la matrice delle masse, \mathbf{K} quella delle rigidità e \mathbf{C} quella degli smorzamenti. Tali matrici sono tutte quadrate di ordine 9.

Dalla (2) appare chiaro che le proprietà dinamiche del sistema debbano essere interamente contenute nella matrice del sistema \mathbf{A} . Autovalori ed autovettori di \mathbf{A} sono costituiti da coppie di numeri complessi coniugati. Ogni coppia di autovalori si presenta nella forma seguente:

$$-\xi_i \omega_i \pm i \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} = -\xi_i \omega_i \pm i \omega_{d,i} \quad (6)$$

ove ξ_i , ω_i e $\omega_{d,i}$ assumono i consueti significati di smorzamento modale, pulsazione e pulsazione smorzata del modo i -mo, rispettivamente. Il modulo di ciascuna coppia di autovalori è pari alla frequenza ω_i del modo di vibrazione corrispondente. Nota la parte reale ($\xi_i \omega_i$) è, allora, possibile risalire al valore dello smorzamento modale ξ_i .

Nel caso in esame (9 gradi di libertà dinamici), sono 9 le coppie di autovalori complessi, ciascuna corrispondente ad uno dei 9 modi di vibrare della struttura. Si è proceduto, dunque, alla compilazione della matrice delle masse \mathbf{M} e delle rigidità \mathbf{K} dell'edificio, condensate nella forma 9x9. La matrice degli smorzamenti \mathbf{C} è stata, poi, ottenuta come somma della matrice di smorzamento viscoso associata ai dispositivi \mathbf{C}_d e della matrice di smorzamento isteretico strutturale \mathbf{C}_s , espressa alla Rayleigh come

$$\mathbf{C}_s = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (7)$$

ove è stato posto $\alpha=0,6481$ e $\beta=0,0038$ (al fine di avere, come è consueto considerare, un valore di smorzamento relativo ξ pari al 5% per i primi due modi).

Ottenuta, così, la matrice \mathbf{A} , sono stati ricavati tutti i suoi autovalori. Dalle prime tre coppie coniugate, relative ai primi tre modi di vibrare, sono state ricavate le informazioni riportate in Tabella 1, dalle quali si evince che l'aggiunta dei dispositivi viscosi comporta un drastico incremento della capacità dissipativa della struttura e, dunque, la radicale riduzione della domanda sismica.

Tabella 1. Periodo (in secondi), frequenza (in Hertz) e smorzamento modale dei primi tre modi di vibrazione dell'edificio "nudo" (T, ω, ξ) e dotato di dispositivi (T', ω', ξ')

Modo	T	T'	ω	ω'	ξ	ξ'
I	0,52	0,48	12,08	13,03	0,05	0,24
II	0,46	0,35	13,66	17,87	0,05	0,21
III	0,37	0,27	16,98	23,55	0,05	0,19

4 CRITERI DI GIUDIZIO

Definite e progettate le soluzioni alternative di adeguamento, la procedura decisionale, come visto in precedenza, prevede quale fase successiva, la de-

finizione dei criteri di giudizio da adottare nella valutazione comparativa, ovvero dei diversi punti di vista sotto i quali si ritiene opportuno che ciascuna soluzione venga giudicata e messa a confronto con le altre. I criteri possono, in generale, suddividersi in due famiglie: criteri di carattere *socio-economico* e criteri di natura *tecnica* (Thermou e Elnashai, 2002). Secondo le peculiarità del caso in esame, in ragione della destinazione d'uso dell'edificio e del profilo del decisore (*Decision Maker* - DM), tra i numerosi possibili criteri, è opportuno considerare solo quelli che possono effettivamente essere discriminanti ai fini del confronto tra le alternative.

Nel caso studio in esame, assunto che la destinazione d'uso sia residenziale e che il decisore sia il proprietario dell'immobile, si ritiene utile considerare gli otto criteri riportati in Tabella 2, quattro dei quali di natura socio/economica, i rimanenti quattro di natura tecnica. La definizione specifica di ciascun criterio viene ripresa nei paragrafi successivi riguardanti la valutazione delle alternative rispetto ad essi.

Tabella 2. Criteri di giudizio selezionati per l'applicazione

Criteri socio-economici		Criteri tecnici	
C ₁	Costo di installazione	C ₅	Specializzazione manodopera
C ₂	Costi di manutenzione	C ₆	Intervento in fondazione
C ₃	Durata dei lavori	C ₇	Rischio di Danno Severo
C ₄	Compatibilità funzionale	C ₈	Rischio di Danno Limitato

5 DEFINIZIONE DEI PESI DEI CRITERI

Al fine di portare in conto l'importanza relativa che il DM attribuisce a ciascuno degli otto aspetti descritti in precedenza, è necessario associare un peso w_i ad ogni criterio C_i ($i=1, 2, \dots, 8$). Ciascun peso è espresso in termini percentuali:

$$\sum_{i=1}^8 w_i = 1 \quad (8)$$

Appare evidente la necessità di uno strumento analitico che supporti il decisore nella valutazione numerica di tali pesi e che ne garantisca un adeguato grado di affidabilità e coerenza con le reali volontà del DM stesso. Il metodo qui adottato è quello, ideato da Saaty (1980), fondato sulla teoria degli autovalori. Consente di calcolare i pesi a partire dalla matrice \mathbf{A} , cosiddetta dei *confronti binari*, i cui elementi a_{ij} misurano l'importanza relativa che il DM associa al criterio C_i rispetto al criterio C_j e viene scelto sulla scala $1/9, 1/8, \dots, 1, 2, \dots, 8, 9$ in ragione del giudizio linguistico che lo stesso DM esprime al riguardo (Tabella 3).

Tabella 3. Scala lineare di Saaty (1980) per la misura dell'importanza relativa a_{ij} di C_i rispetto a C_j

Intensità di dominanza a_{ij}	Definizione
1	Indifferenza
3	Moderata preferenza
5	Forte preferenza
7	Preferenza molto forte
9	Estrema preferenza
2,4,6,8	Giudizi di preferenza intermedi
Reciproci (1/2, 1/3, ...)	Per misurare il grado di dominanza di C_j su C_i

Nel formulare tali giudizi (compito del DM) ci si è immedesimati nel ruolo del decisore (proprietario dell'immobile) per intuire possibili considerazioni che egli farebbe. Dettagli al riguardo sono contenuti in Caterino et al. (2006, 2007). La matrice \mathbf{A} risultante dai 28 confronti binari così eseguiti (si tenga conto che, per coerenza, nella matrice deve essere $a_{ij}=1/a_{ji}$ e $a_{ii}=1$) è riportata di seguito:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1 & 1/5 & 4 & 1/3 & 4 & 1/3 \\ 3 & 1 & 3 & 1/2 & 6 & 1 & 6 & 1 \\ 1 & 1/3 & 1 & 1/5 & 4 & 1/3 & 4 & 1/3 \\ 5 & 2 & 5 & 1 & 6 & 2 & 5 & 2 \\ 1/4 & 1/6 & 1/4 & 1/6 & 1 & 1/6 & 1/2 & 1/5 \\ 3 & 1 & 3 & 1/2 & 6 & 1 & 5 & 3 \\ 1/4 & 1/6 & 1/4 & 1/5 & 2 & 1/5 & 1 & 1/3 \\ 3 & 1 & 3 & 1/2 & 5 & 1/3 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Applicando il metodo citato, i pesi w_i dei criteri corrispondono agli elementi dell'autovettore principale (corrispondente, cioè, all'autovalore massimo λ_{\max}) della matrice \mathbf{A} . Detto \mathbf{W} tale autovettore, risulta:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^T &= [w_1, w_2, \dots, w_8] = \\ &= [0.073, 0.172, 0.073, 0.280, 0.026, \\ &\quad 0.201, 0.035, 0.141] \end{aligned} \quad (10)$$

Dunque il criterio C_4 , relativo alla compatibilità funzionale dell'intervento di adeguamento, risulta essere il più importante con $w_4=0,280$, seguito dal C_6 (significatività dell'intervento in fondazione) con $w_6=0,201$. Il criterio meno "pesante" ai fini della scelta finale risulta essere, invece, il C_5 (specializzazione della manodopera richiesta) con $w_5=0,026$.

I pesi dei criteri, come si vedrà nel seguito, possono essere determinanti per la decisione finale, in quanto amplificano o deamplificano le valutazioni delle soluzioni rispetto ai criteri stessi, in funzione della loro importanza relativa. Oltre a condurre, al termine della procedura, un'analisi di sensibilità del risultato che misuri in modo quantitativo l'effettiva influenza delle scelte del DM sulla selezione del miglior intervento di retrofit, in questa fase, è importante condurre una misura della coerenza (o *consistenza*) dei confronti binari effettuati dal DM, in

accordo alle indicazioni di Saaty (1980, 1999), ed assicurarsi che sia di un grado accettabile. La misura di consistenza dei valori a_{ij} assegnati dal DM può essere condotta sulla base della differenza tra λ_{\max} e n (numero di grandezze messe a confronto; $n=8$ nel caso in esame). In particolare, si definisce *indice di consistenza* IC il rapporto che segue

$$IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (11)$$

e *rapporto di consistenza* RC il valore del rapporto tra l'indice IC così calcolato ed un valore di riferimento, detto *indice di consistenza random* (ICR) tabellato da Saaty in funzione di n . Nel caso in esame è $ICR=1,41$ ($n=8$) e $\lambda_{\max}=8,45$ cosicché risulta $RC=4,5\%$. Tale valore di RC, essendo inferiore a 10% (limite di accettabilità fissato da Saaty per valori di n superiori a 4) è indice di un buon grado di coerenza dei giudizi forniti dal DM.

6 VALUTAZIONE DELLE ALTERNATIVE RISPETTO AI CRITERI DI GIUDIZIO

In tale fase è necessario valutare ciascuna alternativa rispetto a ciascuno dei criteri di giudizio definiti in precedenza.

Criterio C_1 (costo di installazione): è stato valutato il costo totale da sostenere per la realizzazione completa (dalle eventuali demolizioni necessarie, fino al rifacimento delle rifiniture) di ciascuna delle cinque alternative di adeguamento in esame, ivi comprendendo sia spese di materiali che di manodopera. I valori ottenuti sono: A_1 €23'096; A_2 €53'979; A_3 €11'175; A_4 €74'675; A_5 €32'309.

Criterio C_2 (costi di manutenzione): stante l'imprevedibilità pratica degli interventi di manutenzione che si renderanno necessari durante la vita utile della struttura (stabilita, in modo convenzionale, pari a 50 anni), specie con riferimento ai materiali ed alle tecnologie innovative considerati, si considera più realistico comparare le alternative di adeguamento in termini di costi di monitoraggio da dover sostenere durante questo periodo. È stata, allora, condotta una ricerca riguardante le tipologie ed i costi dei controlli e delle ispezioni che è opportuno effettuare nel corso del tempo in seguito alla realizzazione della generica alternativa di adeguamento. Tali costi, da sostenere nei 50 anni, sono stati attualizzati e sommati considerando un tasso del 4%. Per l'intervento A_5 con controventi dissipativi (per i primi quattro riferirsi a Caterino et al. 2006, 2007). In accordo alle indicazioni fornite da uno dei maggiori produttori di dispositivi viscosi in Italia, è stata considerata un'ispezione visiva (costo attuale 500 €) ogni 5 anni (la prima da effettuarsi al termine del primo anno) tesa alla verifica (e il ripristino, ove necessario) della protezione anticorrosiva delle parti

metalliche. È stata inoltre prevista, indipendentemente dall'esito dei controlli, la tinteggiatura con anticorrosivo degli elementi metallici ogni 20 anni (costo attuale 3'000 €). In definitiva, la misura delle cinque alternative di adeguamento rispetto al criterio C_2 può così riassumersi: A_1 23'206 €; A_2 115'037 €; A_3 40'353 €; A_4 97'884 €; A_5 36'472 €.

Criterio C_3 (durata dei lavori): il tempo, in giorni, necessario all'esecuzione completa di ciascuna delle cinque soluzioni alternative di adeguamento è stato valutato eseguendo un programma di durata delle singole attività componenti gli interventi stessi, basato sulle ipotesi che operi una squadra composta da quattro operai (di cui due specializzati) e che la giornata di lavoro sia composta da 8 ore lavorative. Risulta: A_1 33 giorni; A_2 122 giorni; A_3 34 giorni; A_4 119 giorni; A_5 19 giorni.

Criteri C_4 e C_5 (compatibilità funzionale e specializzazione della manodopera richiesta, rispettivamente): la misura di ciascuna alternativa rispetto a tali due criteri non può che essere di tipo qualitativo, linguistico per la natura stessa dei due criteri. Tali valutazioni e la necessaria conversione delle stesse in termini numerici saranno discusse in modo separato, nel paragrafo seguente.

Criterio C_6 (significatività del necessario intervento di adeguamento della fondazione): la valutazione delle alternative rispetto a tale criterio consiste nel calcolo di un parametro globale pari al massimo rapporto, misurato tra tutti i pilastri al primo piano, tra lo sforzo normale indotto dalle azioni sismiche e gravitazionali e quello dovuto ai soli carichi verticali. Risulta: A_1 2,90; A_2 15,18; A_3 2,97; A_4 2,65; A_5 2,87.

Criteri C_7 e C_8 (rischio di Danno Severo e rischio di Danno Limitato rispettivamente): tali due criteri sono legati alla capacità sismica dell'edificio, adeguato secondo una delle cinque alternative in esame, nei confronti dei due stati limite di D.S. e di D.L.. Misurando tali capacità in termini di PGA (ovvero del massimo valore di accelerazione al suolo che il terremoto di progetto deve possedere affinché la domanda sismica eguagli la capacità), si ottengono i valori in Tabella 4. Le modalità di valutazione dei valori relativi alle prime quattro alternative sono descritte in Caterino et al. 2006, 2007. I valori di capacità allo S.L.D.S. (0,25g) ed allo S.L.D.L. (0,10g) dell'edificio adeguato secondo l'alternativa A_5 (controventi dissipativi) sono invece stati discussi nel paragrafo 3.

È stata, in seguito, valutata la probabilità di superamento di tali valori di PGA in 50 anni, servendosi della curva di pericolosità del sito (Pomigliano d'Arco) fornita dal Servizio Sismico Nazionale ed espressa mediante la relazione $p=0,002 \text{ PGA}^{-2,18}$.

Tabella 4. Capacità agli stati limite di D.L. e D.S. dell'edificio originale ed adeguato secondo le 5 alternative, espresse in termini di PGA (misurata in g)

Stato limite	Edificio originale	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
D.L.	0,10	0,10	0,31	0,12	0,35	0,10
D.S.	0,10	0,33	0,32	0,25	0,35	0,25

Tabella 5. Probabilità di superamento in 50 anni dei valori di capacità agli stati limite di D.L e D.S

Stato limite	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
D.L.	0,303	0,026	0,211	0,020	0,303
D.S.	0,022	0,024	0,040	0,020	0,040

La misura delle alternative rispetto al criterio C₇ coincide proprio con i valori di probabilità testé calcolati, riferiti allo S.L.D.S..

Diverso è l'approccio per la valutazione delle alternative rispetto al criterio C₈. Tale criterio intende, infatti, tener conto della probabilità, per l'edificio adeguato secondo le diverse alternative di retrofit in esame, di dover sostenere costi di riparazione di danni non strutturali che possono occorrere durante la vita utile della struttura. Ebbene, noto che l'attingimento dello S.L.D.L. comporta il danneggiamento non strutturale dell'edificio ed osservando, però, che, qualora l'evento sismico faccia attingere, non solo lo S.L.D.L., ma anche lo S.L.D.S., l'esigenza di riparazione del danno viene, in realtà, a mancare (stante l'elevato grado di danneggiamento anche delle parti strutturali), si misura, per il criterio C₈, la probabilità in 50 anni che i terremoti superino il livello di capacità allo S.L.D.L., senza però oltrepassare quello di capacità allo S.L.D.S.. Tale probabilità è, ovviamente, pari alla differenza dei due valori (in Tabella 5) precedentemente calcolati, per ogni alternativa.

La Tabella 6 riassume la misura delle cinque alternative concorrenti rispetto ai criteri C₇ e C₈.

Tabella 6. Valutazione delle alternative di adeguamento rispetto ai criteri C₇ e C₈

Criterio	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
C ₇	0,022	0,024	0,040	0,020	0,040
C ₈	0,281	0,002	0,171	0,000	0,263

6.1 Valutazione quantitativa delle alternative rispetto ai criteri qualitativi C₄ e C₅

I criteri C₄ (compatibilità funzionale) e C₅ (grado di specializzazione della manodopera richiesto), per loro stessa natura, non consentono una valutazione quantitativa diretta delle alternative rispetto ad essi. Possono essere espressi solo giudizi di tipo linguistico. Per l'applicazione pratica di un qualunque metodo MCDM (TOPSIS, nella fattispecie) è sempre necessario convertire tutte le variabili qualitative in quantitative. Sono diversi i metodi presenti in letteratura che consentono tale tipo di operazione. Nel

presente lavoro si adotta il metodo dell'autovalore (Saaty, 1980), già descritto ed adottato per la definizione dei pesi dei criteri.

Sono stati, pertanto, condotti confronti binari qualitativi tra le alternative in ragione del grado di rispondenza al criterio in esame (la procedura è condotta, separatamente, una volta per C₄, poi per C₅). Servendosi, poi, della scala lineare di Saaty (Tabella 3) tali giudizi sono stati convertiti in numeri a_{ij} compresi tra 1/9 e 9. Si osservi che, in questo caso, nel leggere la Tabella 3 l'"importanza relativa" a_{ij} va interpretata come la misura relativa del grado di rispondenza al criterio considerato dell'alternativa A_i rispetto alla A_j.

Composti tutti i valori a_{ij} in una matrice 5x5 (riportata in Tabella 7 per il criterio C₄; Tabella 9 per C₅), il metodo di Saaty conduce a definire, quali elementi dell'autovettore principale di tale matrice, la ricercata misura quantitativa della prestazione di ciascuna alternativa di adeguamento rispetto al criterio qualitativo in esame.

Tabella 7. Matrice dei confronti binari e valutazione quantitativa delle alternative rispetto al criterio C₄

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₄	Autovettore
A ₁	1	7	2	5	5	0,482
A ₂	1/7	1	1/3	1/2	1/2	0,063
A ₃	1/2	3	1	3	3	0,255
A ₄	1/5	2	1/3	1	1	0,100
A ₄	1/5	2	1/3	1	1	0,100

Tabella 8. Matrice dei confronti binari e valutazione quantitativa delle alternative rispetto al criterio C₅

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₄	Autovettore
A ₁	1	4	7	1	4	0,374
A ₂	1/4	1	3	1/4	1	0,104
A ₃	1/7	1/3	1	1/7	1/3	0,044
A ₄	1	4	7	1	4	0,374
A ₄	1/4	1	3	1/4	1	0,104

Il rapporto di consistenza RC (pari a 1,2% e 1,0% rispettivamente per i criteri C₄ e C₅), essendo inferiore a 10% (limite di accettabilità fissato da Saaty per valori di *n* superiori a 4), è indice di un buon grado di coerenza dei giudizi binari espressi.

Si riassumono, nel seguito, brevemente, le principali considerazioni che hanno portato a compilare le matrici di cui sopra.

Criterio C₄ (compatibilità funzionale): l'alternativa A₁ (GFRP) è molto meno invasiva della A₂ (controventi metallici) che comporta la chiusura delle aperture (finestre e balconi) presenti nei campi di telai interessati (un numero considerevole, considerando le piccole dimensioni dell'edificio). L'intervento A₁ (le due lamine di GFRP sovrapposte raggiungono uno spessore inferiore al millimetro), invece, praticamente non induce alcun sensibile impatto sulla configurazione architettonica e la funzionalità dell'edificio originale. Il ringrosso dei tre pilastri selezionati per l'intervento A₃ comporta solo un moderato impatto estetico sulle pareti adiacenti ai pilastri interessati dall'allargamento della sezione tra-

sversale. L'isolamento alla base (intervento A₄) non richiede alcun intervento in elevazione, ma implica una forte restrizione d'uso del primo piano dell'edificio a causa della rimozione del solaio di calpestio esistente e la sostituzione dello stesso con griglie in acciaio rimovibili, necessarie per l'accesso periodico alla sottostruttura che le operazioni di manutenzione richiedono. L'intervento A₅ (controventi dissipativi) è giudicato essere "invasivo" nella stessa misura di A₄, visto che, con le occlusioni delle aperture in facciata, comporta un sensibile impatto sull'uso del primo livello dell'edificio.

Criterio C₅ (grado di specializzazione della manodopera richiesto): l'installazione delle alternative A₁ (GFRP) e A₄ (isolamento alla base) richiedono un grado di specializzazione piuttosto alto della squadra di lavoro, moderatamente più alto rispetto alle alternative A₂ (controventi metallici) e A₅ (controventi dissipativi), decisamente maggiore in confronto all'intervento A₃ (camicie in c.a.).

7 CLASSIFICA DELLE ALTERNATIVE DI ADEGUAMENTO: SELEZIONE DELLA SOLUZIONE OTTIMA

Il metodo decisionale prescelto (TOPSIS, Hwang e Yoon, 1981) è basato sul concetto geometrico che la migliore soluzione debba avere la minima distanza da una soluzione virtuale ideale A* e la massima distanza da una soluzione "anti-ideale" A⁻, che saranno definite nel seguito.

Si indichi con x_{ij} la misura della prestazione della i-ma alternativa (i=1, 2, ..., 5) rispetto al j-mo criterio (j = 1, 2, ..., 8), valutata nel paragrafo precedente. Tutti i (5x8=40) valori x_{ij} possono essere raccolti nella cosiddetta *matrice decisionale* **D**=[x_{ij}], che rappresenta il punto di partenza per l'applicazione del metodo TOPSIS (Tabella 9). È necessario operare la normalizzazione delle valutazioni x_{ij} visto che trattasi di grandezze eterogenee, misurate con unità di misura differenti. Il valore normalizzato r_{ij} della variabile x_{ij} è ottenuto applicando l'espressione (12). Si ottiene, così, la matrice decisionale normalizzata **R**=[r_{ij}] riportata in Tabella 10.

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^5 x_{kj}^2}} \quad (12)$$

Successivamente occorre "pesare" le valutazioni delle alternative in ragione dell'importanza relativa (peso) assegnata a ciascun criterio. Tale fase consiste semplicemente nel moltiplicare tutti i valori della i-ma colonna della matrice **R** per il peso w_i del criterio i-mo. Si ottiene, così, la matrice decisionale nor-

malizzata pesata **V**=[w_j r_{ij} = v_{ij}] riportata in Tabella 11.

Le soluzioni virtuali (Tabella 12), ovvero quelle ideale A* ed anti-ideale A⁻, si ottengono mettendo insieme rispettivamente le migliori e le peggiori prestazioni delle alternative reali A_i (i=1, 2, ..., 5) rispetto a ciascuno degli 8 criteri. È importante sottolineare il fatto che tutti i criteri, escluso il C₄ (compatibilità funzionale), sono classificabili come criteri di tipo "costo", nel senso che si è interessati a minimizzare i valori delle variabili (costi, tempi, ecc.) che misurano le prestazioni rispetto ad essi. Il criterio C₄ è, di contro, un criterio di tipo "beneficio". Dunque, nel comporre le soluzioni virtuali, occorre interpretare come "migliore" prestazione, rispetto ad un particolare criterio, il valore massimo, se il criterio è di tipo "beneficio", il valore minimo, se è di tipo "costo".

Ciascuna alternativa, reale o virtuale, può essere rappresentata con un punto in uno spazio a 8 dimensioni ove il j-mo asse misuri le prestazioni normalizzate e pesate della considerata alternativa rispetto al criterio C_j. Ciò fatto, la distanza geometrica S_{i*} dell'alternativa A_i (i=1, 2, ..., 5) da quella ideale A* e quella S_{i-} di A_i dalla anti-ideale A⁻ possono ottenersi con le espressioni seguenti.

$$S_{i*} = \sqrt{\sum_{j=1}^8 (v_{ij} - v_{j*})^2} \quad i=1, 2, \dots, 5 \quad (13)$$

ove v_{j*} e v_{j-} rappresentano rispettivamente il j-mo elemento dei vettori di 8 elementi (Tabella 12) costituenti le alternative A* e A⁻. I valori delle distanze S_{i*} e S_{i-} sono contenuti nella Tabella 13.

Note le distanze S_{i*} e S_{i-} dell'alternativa A_i (i=1, 2, ..., 5) rispettivamente dalle soluzioni virtuali A* e A⁻, è possibile determinare la distanza relativa dell'alternativa stessa dalla soluzione ideale mediante il seguente rapporto:

$$C_{i*} = \frac{S_{i-}}{S_{i-} + S_{i*}} \quad (15)$$

Si osserva che per A_i=A⁻, risulta S_{i-}=0 e, dunque, C_{i*} = 0. Viceversa, per A_i=A* risulta S_{i*}=0 e, dunque, C_{i*}=1. In generale è 0 ≤ C_{i*} ≤ 1. I valori di C_{i*} per le cinque soluzioni alternative sono riportati in Tabella 13.

Il metodo decisionale TOPSIS prevede che la classifica delle alternative venga stilata proprio in ragione dei valori dell'indice C_{i*} associati alle stesse. La migliore alternativa è quella caratterizzata dal massimo valore di C_{i*}. Nella fattispecie, risulta essere la A₁ (GFRP) con C_{1*}=0,74. Seguono, nell'ordine, A₃ (camicie in c.a.), A₅ (controventi dissipativi), A₄ (isolamento alla base) e A₂ (controventi metallici).

Tabella 9. Matrice decisionale $D=[x_{ij}]$

	C_1 (€)	C_2 (€)	C_3 (days)	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
A_1	23'096	23'206	33	0,482	0,374	2,90	0,022	0,281
A_2	53'979	115'037	122	0,063	0,104	15,18	0,024	0,002
A_3	11'175	40'353	34	0,255	0,044	2,97	0,040	0,171
A_4	74'675	97'884	119	0,100	0,374	2,65	0,020	0,000
A_5	32'309	36'472	19	0,100	0,104	2,87	0,040	0,263

Tabella 10. Matrice decisionale normalizzata $R=[r_{ij}]$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
A_1	0,229	0,143	0,185	0,850	0,679	0,179	0,322	0,667
A_2	0,535	0,709	0,686	0,111	0,189	0,936	0,352	0,005
A_3	0,111	0,249	0,191	0,449	0,079	0,183	0,586	0,406
A_4	0,740	0,603	0,669	0,177	0,679	0,163	0,293	0,000
A_5	0,320	0,225	0,107	0,177	0,189	0,177	0,586	0,624

Tabella 11. Matrice decisionale normalizzata pesata $V=[w_j r_{ij} = v_{ij}]$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
A_1	0,017	0,025	0,014	0,238	0,018	0,036	0,011	0,094
A_2	0,039	0,122	0,050	0,031	0,005	0,188	0,012	0,001
A_3	0,008	0,043	0,014	0,126	0,002	0,037	0,021	0,057
A_4	0,054	0,104	0,049	0,050	0,018	0,033	0,010	0,000
A_5	0,023	0,039	0,008	0,050	0,005	0,036	0,021	0,088

Tabella 12. Soluzioni virtuali: alternativa ideale A^* ed anti-ideale A^-

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
A^*	0,008	0,025	0,008	0,238	0,002	0,033	0,010	0,000
A^-	0,054	0,122	0,050	0,031	0,018	0,188	0,021	0,094

Tabella 13. Valori delle distanze assolute S_i^* , S_i^- e relativa C_i^* per ciascuna alternativa. Classifica finale delle alternative.

	S_i^*	S_i^-	C_i^*	Classifica
A_1	0,096	0,280	0,74	I
A_2	0,282	0,096	0,25	V
A_3	0,128	0,208	0,62	II
A_4	0,214	0,184	0,46	IV
A_5	0,209	0,183	0,47	III

8 ANALISI DI SENSIBILITÀ

A conclusione della procedura decisionale, è opportuno condurre un'analisi di sensibilità dei risultati conseguiti per valutare la stabilità della soluzione ottima nei confronti di possibili escursioni dei valori dei pesi assegnati dal DM.

Considerando un criterio alla volta, è stato determinato l'intervallo di valori, compresi tra 0 ed 1, che il corrispondente peso può assumere senza che la soluzione finale (A_1) cambi. I criteri C_2 , C_3 , C_6 e C_7 sono risultati *robusti*: il peso corrispondente non determina alcuna variazione nella classifica finale delle alternative. Noti tali intervalli, si ricava l'entità della più piccola variazione di valore, in senso assoluto (cosiddetto AT, ovvero *Absolute Top*) e percentuale (PT, *Percentage Top*) che ciascun peso deve subire, a partire dal valore adottato nell'analisi, affinché cambi la soluzione ottima selezionata. La sensibilità della soluzione ottima nei confronti del peso del singolo criterio si misura mediante il reciproco del valore PT corrispondente (Triantaphyllou e Sanchez, 1997). Si osserva che per i criteri robusti non è pos-

sibile definire i valori di AT e PT e la sensibilità della soluzione nei confronti del valore dei loro pesi è nulla. I valori di AT, PT e di sensibilità per ciascun criterio sono riportati nella Tabella 14.

Tabella 14. Variazioni assolute AT, percentuali PT e sensibilità dei pesi dei criteri

Pesi	Valori assunti	AT	PT (%)	Sensibilità
w_1	0,073	0,567	777	0,00129
w_2	0,172	-	-	0
w_3	0,073	-	-	0
w_4	0,280	0,135	48	0,02074
w_5	0,026	0,170	654	0,00153
w_6	0,201	-	-	0
w_7	0,035	-	-	0
w_8	0,141	0,190	135	0,00742

Il criterio C_4 (compatibilità funzionale) risulta essere il cosiddetto "criterio critico" in quanto al peso w_4 corrisponde il minimo valore di PT (48%) e, dunque, la massima sensibilità (0,021) della soluzione. Come generalmente accade (Triantaphyllou, 2002) quando le variazioni dei pesi si esprimono in termini percentuali sui valori assunti nelle analisi, il criterio critico è anche quello caratterizzato dal massimo peso ($w_4=0,280$).

Sei pesi su otto possono assumere valori ampiamente diversi da quelli adottati nella procedura senza che risulti vincente un'alternativa diversa da quella determinata (A_1). Anzi, quattro criteri risultano essere addirittura "robusti". Per i soli pesi dei criteri C_4 e C_8 la soluzione appare essere più sensibile, ma le variazioni percentuali PT degli stessi (48% e

135%) sono comunque ampie al punto da poter concludere che l'alternativa A₁, selezionata come ottima, sia stabile in misura soddisfacente.

9 CONCLUSIONI

In Caterino et al. (2006, 2007) viene proposta una procedura decisionale multicriterio volta alla selezione del miglior intervento di adeguamento sismico di una data struttura. È descritta, inoltre, un'applicazione pratica ad un edificio in c.a., progettato per soli carichi verticali, in cui vengono posti a confronto e classificati quattro diversi possibili interventi, ciascuno rispondente ad una prefissata strategia di adeguamento.

Nel presente lavoro, con riferimento allo stesso caso studio, è stato arricchito il set di soluzioni concorrenti progettando un quinto intervento teso alla riduzione della domanda sismica attraverso il miglioramento della capacità dissipativa della struttura. Esso consiste nell'introduzione, al primo piano dell'edificio, di quattro dissipatori di tipo viscoso, in grado di "controllare", in modo passivo, il comportamento della struttura esplicando forze orizzontali proporzionali (secondo un fattore pari a 1500 kNs/m) alla velocità relativa del primo impalcato rispetto al suolo. Lo smorzamento modale conseguito risulta essere del 24% per il primo modo di vibrazione, del 21% per il secondo.

La valutazione di tale nuova alternativa (A₅) rispetto ai criteri di giudizio prescelti, a seguito di un rapido confronto con le altre quattro (Tabella 9), mette in luce il fatto che l'adeguamento mediante controventi dissipativi presuppone un costo iniziale di media entità ed una modesta manutenzione, richiede un tempo relativamente ridotto per l'installazione, non comporta eccessivi incrementi di domanda in fondazione e richiede un grado di specializzazione della manodopera ordinario. Di contro, comporta un sensibile impatto architettonico al primo piano dell'edificio (con l'eliminazione delle aperture nei campi di telaio interessati dall'intervento). Ebbene, portando in conto l'importanza relativa (peso) che il decisore assegna (supportato da una semplice procedura basata su confronti binari) a ciascun criterio, l'alternativa A₅ risulta terza nella classifica finale, preceduta dall'intervento di incamiciatura in c.a. di alcuni pilastri e dalla fasciatura delle colonne con GFRP e seguita dall'isolamento alla base e dal controventamento dell'edificio con aste metalliche a croce di S. Andrea. Tale classifica finale, indubbiamente (e giustamente) influenzata dal valore dei pesi dei criteri, può considerarsi affidabile in virtù dell'esito positivo dei controlli di coerenza dei giudizi espressi dal decisore nelle fasi in cui il suo intervento è stato necessario e della sensibilità ridotta esibita nei confronti dei pesi stessi.

BIBLIOGRAFIA

- Caterino, N., Iervolino, I., Manfredi, G., Cosenza, E., 2006. Multi-Criteria Decision Making for Seismic Retrofitting of an Underdesigned RC Structure, *Proceedings of the First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Ginevra.
- Caterino, N., Iervolino, I., Manfredi, G., Cosenza, E., 2007 (sottomesso). Multi-Criteria Decision Making for Seismic Retrofitting of RC Structures, *Journal of Earthquake Engineering*.
- CSI, 2005. *SAP2000nl, Structural Analysis Programs - Theoretical and Users Manual*, Version No. 10.0.9, Computers & Structures Inc., Berkeley, CA.
- Hwang, C.L., Yoon, K., 1981. Multiple Attribute Decision Making, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 186*, Springer-Verlag: Berlin.
- Iervolino I., Maddaloni G., Cosenza E. 2006. Accelerogrammi Naturali Compatibili con le Specifiche dell'OPCM 3274 per L'analisi Non Lineare delle Strutture. *16° Congresso CTE – Collegio dei Tecnici della Industrializzazione Edilizia*, Parma 9-11 Novembre 2006.
- OPCM 3274, 2003. Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri, *Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e normative tecniche per le costruzioni in zona sismica*, Roma.
- OPCM 3431, 2005. Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri, *Ultime modifiche ed integrazioni all'Ordinanza n. 3274 del 20 marzo 2003*, Roma.
- Fardis, M.N., Negro, P., 2005. Seismic Performance Assessment and Rehabilitation of Existing Buildings, *Proceedings of the SPEAR International Workshop*, Ispra, Varese.
- Cosenza, E., Di Ludovico, M., Manfredi, G., Prota, A., 2005. Design of the FRP retrofit of the SPEAR structure, *Proceedings of the SPEAR International Workshop*, M. Fardis and P. Negro Eds., Ispra, Varese.
- Takeda, T., Sozen, M. A., Nielsen, N. N., 1970. Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes, *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 96, No. 12, pp. 2257–2273.
- Thermou, G.E., Elnashai, A.S., 2002. Report about SPEAR Project, Performance Parameters and Criteria for Assessment and Rehabilitation, A.S., I.C. of Science, Technology and Medicine, UK.
- Saaty, T.L., 1980. *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New York, NY, USA.
- Saaty, T.L., 1999. *Decision making for leaders: the Analytic Hierarchy Process for decision in a complex world*, RWS Publications, Pittsburgh, PA., USA, 315 p.
- Triantaphyllou, E., Sanchez, A., 1997. A Sensitivity Analysis Approach for some Deterministic Multi-Criteria Decision Making Methods, *Decision Sciences*, 28(1): 151-194.
- Triantaphyllou, E., 2002. *Multi-Criteria Decision Making Methods: a Comparative Study*, Applied Optimization, Vol. 44, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.

RINGRAZIAMENTI

Il presente lavoro è stato finanziato dal progetto triennale Dipartimento Protezione Civile – Consorzio ReLUIS.